

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 21 giugno 2018

QUESTIONARIO

Quesito 1

Soluzione a cura di S. De Stefani e L. Tomasi

1. Dimostrare che il volume di un cilindro inscritto in un cono è minore della metà del volume del cono.

Dato un cono circolare retto di raggio di base r ed altezza h , sia x il raggio di base del cilindro inscritto nel cono;

per similitudine, si ha che $VH' = \frac{h}{r}x$, da cui l'altezza del cilindro è $HH' = h - \frac{h}{r}x$.

Si vuole dimostrare che $V_{\text{cilindro}} < \frac{\pi r^2 h}{6}$.

$$V_{\text{cilindro}} = \pi x^2 \cdot \left(h - \frac{h}{r}x \right)$$

Per trovare il volume massimo del cilindro inscritto nel cono, deriviamo:

$$V' = 2\pi hx - 3\frac{\pi h}{r}x^2 > 0 \rightarrow x < \frac{2}{3}r$$

Se $x = \frac{2}{3}r$ si ha il cilindro di volume massimo, pari a $V = \frac{4}{27}\pi r^2 h$.

Essendo $\frac{4}{27} < \frac{1}{6}$, la tesi è dimostrata.

