

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 21 giugno 2018

QUESTIONARIO

Quesito 5

Soluzione a cura di E. Castagnola e L. Tomasi (con l'uso della calcolatrice grafica TI-Nspire CX)

Con una staccionata lunga 2 metri si vuole recintare una superficie avente la forma di un rettangolo sormontato da una semicirconferenza, come in figura



Determinare le dimensioni dei lati del rettangolo che consentono di recintare la superficie di area massima.

Soluzione

Indichiamo con x la base del rettangolo e con y la sua altezza. Il perimetro della figura sopra riportata è dato da

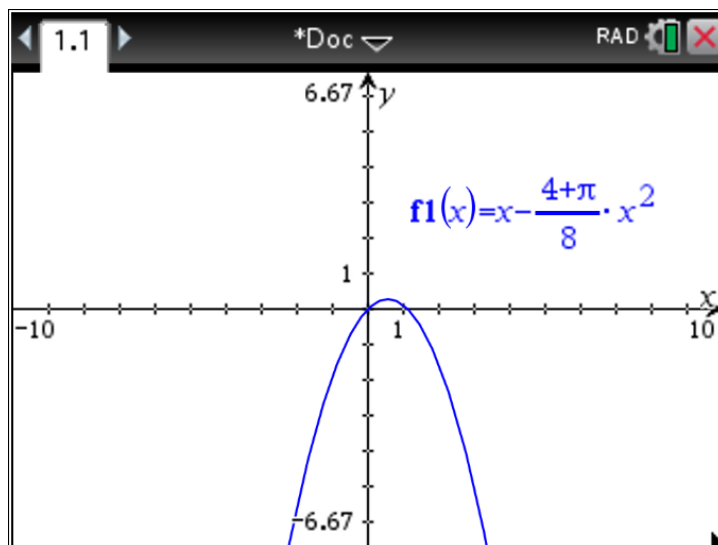
$$x + 2y + \frac{\pi}{2}x. \text{ In base al testo dev'essere } x + 2y + \frac{\pi}{2}x = 2 \text{ da cui otteniamo } y = 1 - \frac{2 + \pi}{4}x.$$

L'area della figura è data da $S = xy + \pi \frac{x^2}{8}$. Sfruttando la relazione appena ottenuta che lega i valori di x e y e sostituendo, otteniamo dopo semplificazione

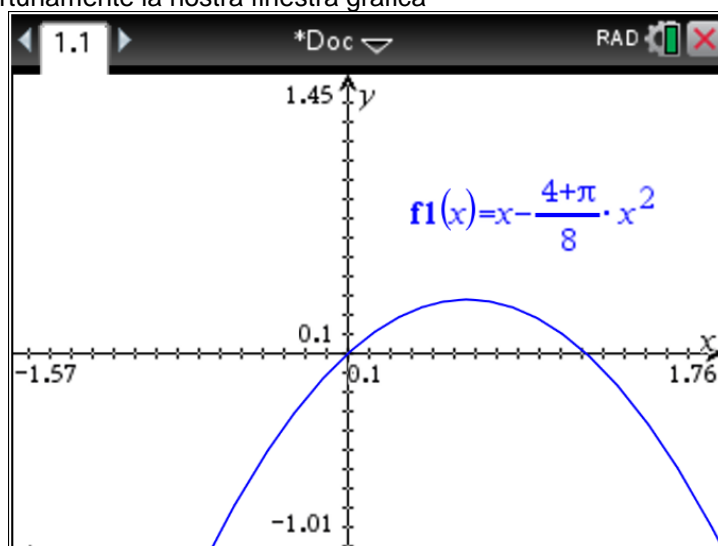
$$S = x - \frac{4 + \pi}{8}x^2$$

Inseriamo questa funzione nell'ambiente grafico della calcolatrice



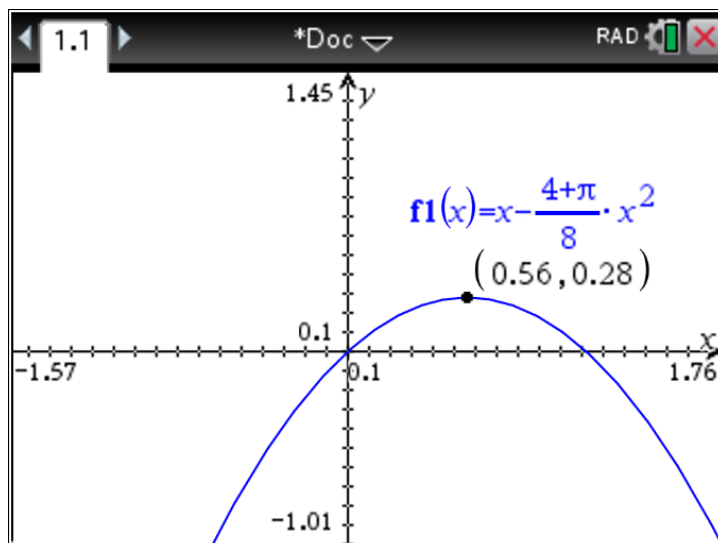


Cerchiamo di ingrandire opportunamente la nostra finestra grafica

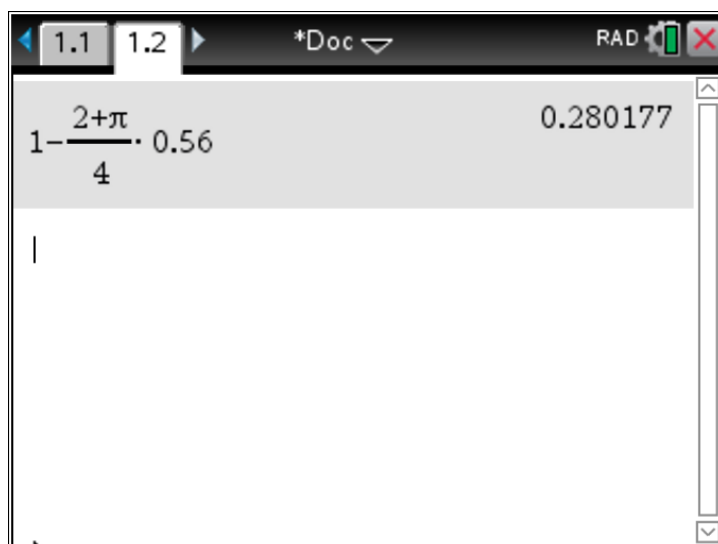


La curva presenta un massimo che andiamo a determinare con gli strumenti della calcolatrice





Quindi la base che corrisponde al valore massimo dell'area vale circa 0.56 m. Calcoliamo nell'ambiente calcolo il corrispondente valore dell'altezza



In questo caso è molto semplice procedere anche analiticamente. Come abbiamo visto la curva che traduce il nostro problema è una parabola con la concavità verso il basso, pertanto il valore massimo si in corrispondenza del vertice, cioè

per $x = \frac{4}{4+\pi}$ e sostituendo ricaviamo che

$$y = \frac{2}{4+\pi}.$$

