

Simulazione di prova scritta di Matematica – Fisica – 28 febbraio 2019
Quesito 5 - Soluzione con la calcolatrice grafica TI-Nspire CX di Texas Instruments
Soluzione a cura di: Formatori T³ Italia - Teachers Teaching with Technology



5. Si consideri la superficie sferica S di equazione $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z = 0$.
- Dopo aver determinato le coordinate del centro e la misura del raggio, verificare che il piano π di equazione $3x - 2y + 6z + 1 = 0$ e la superficie S sono secanti.
 - Determinare il raggio della circonferenza ottenuta intersecando π e S .

Soluzione

Il centro della sfera ha coordinate $C \equiv (1, 0, -3)$. Il raggio della sfera è:

$$r_s = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}.$$

La distanza tra il centro C della sfera e il piano π è:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + 6 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = \frac{14}{7} = 2.$$

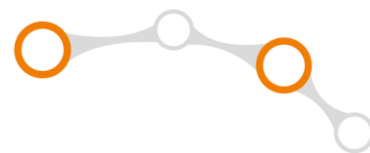
Poiché $d < r_s$, il piano è secante alla sfera.

Quindi il raggio della circonferenza si determina con il teorema di Pitagora (il raggio della sfera è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo):

$$r_c = \sqrt{r_s^2 - d^2} = \sqrt{10 - 4} = \sqrt{6}.$$

La calcolatrice grafica, in questo quesito, può dare solo un aiuto per la visualizzazione del piano e della superficie sferica.



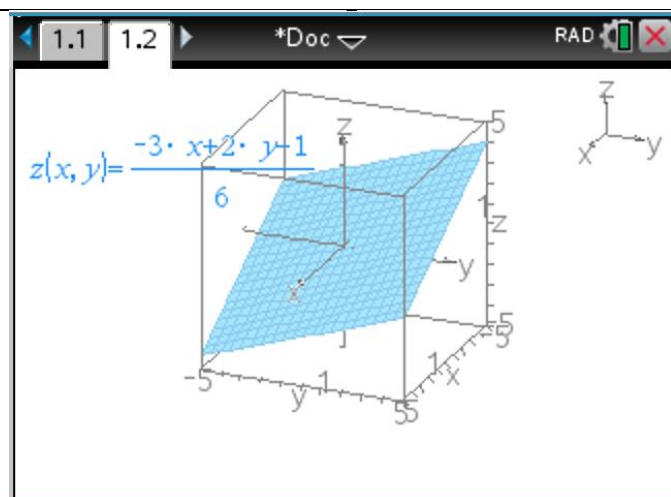


La calcolatrice permette di disegnare il piano (come funzione di due variabili x e y).

Inserire una pagina di tipo grafici:

Ctrl>Doc>Aggiungi e poi Grafici>Menu>Vista>Rappresentazione grafica 3D.

Per disegnare il piano, occorre inserire nella riga di inserimento la funzione di due variabili:

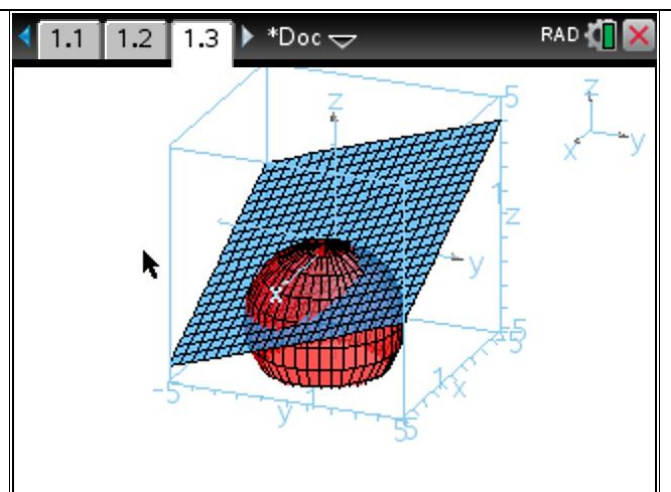
$$z(x, y) = \frac{1}{6}(-3x + 2y - 1)$$


La calcolatrice può aiutare a disegnare la sfera come unione dei grafici di due funzioni in due variabili:

$$s_1(x, y) = \sqrt{\frac{2x - x^2 - y^2 - z^2}{6}}$$

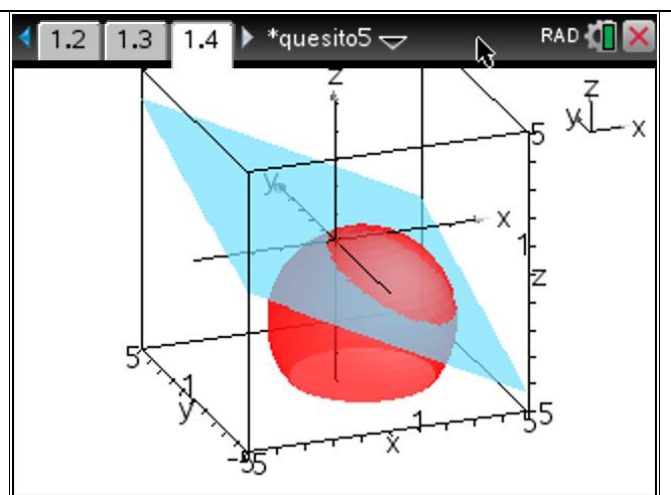
$$s_2(x, y) = -\sqrt{\frac{2x - x^2 - y^2 - z^2}{6}}$$

Si osserva che il piano interseca la superficie sferica in una circonferenza.



Togliendo il reticolo sia sul piano che sulla sfera, si può migliorare un po' la visualizzazione della intersezione tra il piano e la sfera come indicato qui a fianco.

Premere Menu per visualizzare le varie opzioni.



Commento

Livello di difficoltà stimato del quesito: medio. L'argomento è presente nel QdR di Matematica. Sì. Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale? Sì. Per la risoluzione del problema l'uso della calcolatrice grafica permette una visualizzazione della situazione geometrica (il piano è secante alla superficie sferica). Il quesito è prevalentemente teorico e la calcolatrice permette di risolverlo solo per una parte.

