

**Esame di Stato - Liceo Scientifico**  
**Prova scritta di Matematica – 21 giugno 2018**

**QUESTIONARIO**

**Quesito 8**

Soluzione a cura di L. Rossi e L. Tomasi

8. In un gioco a due giocatori, ogni partita vinta frutta 1 punto e vince chi per primo raggiunge 10 punti. Due giocatori che in ciascuna partita hanno la stessa probabilità di vincere si sfidano. Qual è la probabilità che uno dei due giocatori vinca in un numero di partite minore o uguale a 12?

Indichiamo con A e con B i 2 giocatori.

Il numero minimo di partite da giocare affinché uno dei 2 giocatori vinca è  $n=10$ .

Supponiamo che vinca il giocatore A.

La probabilità che vinca su  $n=10$  partite è:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ .

La probabilità che vinca su  $n=11$  partite è:  $10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)$ . (non si conta il caso in cui A possa aver vinto le prime 10 partite delle 11 perché già contemplato nel caso precedente).

La probabilità che vinca su  $n=12$  partite è:  $55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2$ . (non si contano i casi in cui A possa aver vinto 10 delle prime 11 partite perché già contemplate nei casi precedenti).

Quindi la probabilità che vinca il giocatore A in un numero di partite minore o uguale a 12 è:

$$p(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right) + 55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

La probabilità che vinca uno dei due giocatori è:

$$p(E) = 2 \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right) + 55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] \sim 3,9\%.$$

